

## Uitwerking tentamen relativiteitsleer 18 augustus 2000

Opgave 1.

a. 
$$\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} = 300 \text{ MHz}$$

b. Transversale Doppler shift (tijddilatatie): 
$$\nu = \nu_0 / \gamma = \frac{3}{5} \nu_0 = 60 \text{ MHz}$$

b. 
$$\nu = \nu_0 \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} = 33,3 \text{ MHz}$$

Opgave 2.

a. 
$$\vec{p}_1 = -\vec{p}_2 \text{ in het CM stelsel. Dus } E_1 = |\vec{p}_1|c = |\vec{p}_2|c = E_2$$

b. 
$$v_{CM} = \frac{p_{tot} c^2}{E_{tot}} = \frac{(h\nu_1 - h\nu_2)c}{(h\nu_1 + h\nu_2)} = \frac{1}{3}c$$

c. In CM stelsel beweegt electron met snelheid  $-\frac{1}{3}c \hat{x}$ , dus positron met  $+\frac{1}{3}c \hat{x}$

Snelheidstrafo: 
$$\beta_1 = \frac{\beta_1' + 1/3}{1 + \beta_1'/3} = \frac{2/3}{1 + 1/9} = 0,6 \text{ is positronsnelheid in lab.}$$

Energie positron 
$$E_1 = \gamma m_e c^2 = 1,25 m_e c^2$$

d. Totale energie in labsysteem  $(1,25+1) m_e c^2 = 2,25 m_e c^2$

Verdeling 2/3:1/3 dus energie  $\gamma_1 = 1,5 m_e c^2$  en energie  $\gamma_2 = 0,75 m_e c^2$

Controleer: totale impuls van de twee  $\gamma$ 's is  $0,75 m_e c$ .

Dit is gelijk aan impuls van positron in laboratoriumstelsel:  $p_1 = \gamma m_e u = 1,25 m_e \cdot 0,6c = 0,75 m_e c$ .

Opgave 3.

a. 
$$l = l' / \gamma \text{ met } \gamma = 1,25. \text{ Dus } l = 80m.$$

b. Snelheid van  $S''$  t.o.v.  $S'$ : 
$$\beta = \frac{-0,4 - 0,6}{1 + 0,4 \cdot 0,6} = -0,8065$$

$$l'' = \frac{l'}{\gamma} \text{ met } \gamma = 1,691, \text{ dus } l'' = 59,1m.$$

c. lichtflits bij P heeft coördinaten  $(x_P', t_P')$ ; lichtflits bij Q:  $(x_Q', t_Q')$

$$t_Q' - t_P' = \tau \quad x_Q' - x_P' = -100m.$$

Transformeren naar  $S''$ :

$$t_Q'' - t_P'' = \gamma(\tau - \beta \cdot (-100)/c) \quad x_Q'' - x_P'' = \gamma(-100 - \beta \tau c)$$

Looptijd van signaal van P naar Q in  $S''$ : 
$$t_L'' = \frac{x_P'' - x_Q''}{c} = \gamma(100/c + \beta \tau)$$

Totale tijdverschil in  $S''$ : 
$$\Delta t'' = t_Q'' - t_P'' + t_L'' = \gamma(1 + \beta)(\tau + 100/c)$$

*let op,  $\beta < 0$*

Met  $\beta = -0,8065$  geeft dit  $\Delta t'' = 0,3274(\tau + 100/c)$

Is ook te begrijpen via Dopplershift: eerste factor is  $\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}$ , tweede factor is het tijdsverschil in S' tussen de eerste flits en het tijdstip waarop de tweede flits het punt P bereikt.

Opgave 4.

a. Voor impuls geldt  $P = p_n$ , met  $p_n^2 c^2 = (mc^2 + K)^2 - m^2 c^4 = 2Kmc^2 + K^2$

$$\text{Dus } P = \sqrt{2Km + K^2/c^2}$$

b.  $E = mc^2 + Mc^2 + K$

$$\text{c. } u = \frac{Pc^2}{E} = \frac{\sqrt{2Km + K^2/c^2}}{m + M + K/c^2}$$

d. massa is "systeemmassa"  $M_s = \sqrt{(E/c^2)^2 - (P/c)^2} =$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{(m + M + K/c^2)^2 - (2Km + K^2/c^2)/c^2} \\ &= \sqrt{(m + M)^2 + 2Km/c^2 + 2KM/c^2 + K^2/c^4 - 2Km/c^2 - K^2/c^4} \\ &= \sqrt{(m + M)^2 + 2KM/c^2} > m + M \end{aligned}$$